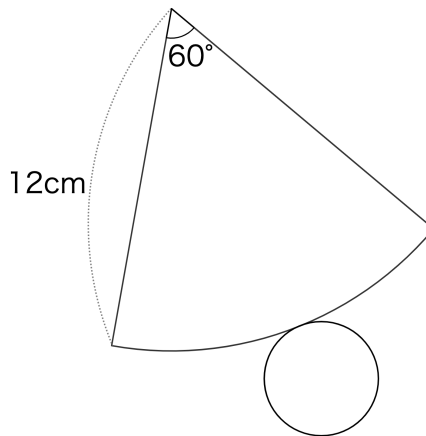


問 1

次の問いに答えよ。ただし、最も簡単な数または式で答えること。

- (1) $7 + 5 \times (-3)$ を計算しなさい。
- (2) $2(3a + 2) - 3(2a + 1)$ を計算しなさい。
- (3) $a = 1$ 、 $b = 3$ のとき、 $2a^2 - 8ab + 8b^2$ の値を求めよ。
- (4) $7\sqrt{5} - \sqrt{45} + \sqrt{20}$ を計算しなさい。
- (5) 方程式 $x - 9 = 3(x - 1)$ を解け。
- (6) 方程式 $x(x - 1) = 4(x + 6)$ を解け。
- (7) y は x に反比例し、 $x = 2$ のとき $y = -2$ である。 $x = 4$ のときの y の値を求めよ。
- (8) 1 枚のコインを 3 回なげるとき、少なくとも 1 回は裏が出る確率を求めなさい。ただし、コインの表と裏が出る確率は同様に確からしいとする。
- (9) 図は、円すいの展開図である。この円すいの底面の半径を求めよ。



解答欄

(1)		(2)		(3)	
(4)		(5)	$x =$	(6)	$x =$
(7)	$y =$	(8)		(9)	cm

解答

(1) -8

(2) 1

(3) -10

(4) $6\sqrt{5}$

(5) $x = -3$

(6) $x = 8, -3$

(7) $y = -1$

(8) $\frac{7}{8}$

(9) 2cm

解説

$$(1) 7 + 5 \times (-3) = 7 + (-15) = 7 - 15 = -8$$

$$(2) 2(3a + 2) - 3(2a + 1) = (2 \times 3a + 2 \times 2) + \{(-3) \times 2a + (-3) \times 1\}$$

分配法則

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c$$

(3) このタイプの問題は、先に代入をしてしまうとかなり計算がめんどくさくなり、間違いも起こしやすい。

すぐに代入したくなるのを我慢して、まずは式をできるだけ簡単な形まで変形すること。

$$\begin{aligned} 2a^2 - 8ab + 8b^2 &= 2(a^2 - 4ab + 4b^2) \\ &= 2(a - 2b)^2 \end{aligned}$$

ここで、 $a = 1$ 、 $b = 3$ を代入すると $(a - 2b) = 1 - 2 \times 3 = -5$

$$\begin{aligned} 2(a - 2b)^2 &= 2 \times (-5)^2 \\ &= 2 \times 25 \\ &= 50 \end{aligned}$$

この計算なら楽にできる

$$\begin{aligned} (4) \quad 7\sqrt{5} - \sqrt{45} + \sqrt{20} &= 7\sqrt{5} - \sqrt{3 \times 3 \times 5} + \sqrt{2 \times 2 \times 5} \\ &= 7\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5} \\ &= 6\sqrt{5} \end{aligned}$$

根号を含む計算

根号 $\sqrt{\quad}$ がついた数字は、**2乗するとその数になる数**のことを表す。

$\sqrt{9}$ とは、**2乗すると9になる数**のことなので ± 3 。ただし、一般に $\sqrt{9}$ は3を、 $-\sqrt{9}$ は-3を表す。

足し算や引き算では、根号のついた数字は文字と同じように考えれば良い。

$\sqrt{2}$ と $\sqrt{3}$ は違う文字なので $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ はこれ以上計算できない。

$2\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$ は $\sqrt{2}$ を文字と同じように扱って、 $2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$ と計算できる。

掛け算や割り算は、根号の中に入れて計算することができる。

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$$

この考え方で、根号の中身が2乗の形をしているときは整数に直すことができる。

$$\sqrt{3} = \sqrt{3^2} = \sqrt{3 \times 3} = \sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$$

$\sqrt{3}$ は**2乗すると3になる数**のことなので、2回かけたら3になる。

(5)

$$x - 9 = 3(x - 1)$$

$$x - 9 = 3x - 3$$

両辺から $3x$ を引く

$$x - 9 - 3x = -3$$

両辺に 9 を足す

$$x - 3x = -3 + 9$$

$$-2x = 6$$

両辺を (-2) で割る

$$x = -3$$

(6)

$$x(x - 1) = 4(x + 6)$$

まずはかっこをはずす

$$x^2 - x = 4x + 24$$

$4x$ と 24 を両辺から引く

$$x^2 - x - 4x - 24 = 0$$

$-x - 4x$ は計算できるので、しておく

$$x^2 - 5x - 24 = 0$$

因数分解

$$(x - 8)(x + 3) = 0$$

$$x = -3, 8$$

因数分解

足し算や引き算で表された多項式を $(\bigcirc\bigcirc)(\bigcirc\bigcirc)$ というようにいくつかのかたまりの積に直すのが因数分解。よく使う公式は以下の通り。右の式を展開してみると、左の式と等しいことが証明できる。

$$\bullet x^2 \pm 2ax + a^2 = (x \pm a)^2$$

$$\bullet x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

$$\bullet x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

かっこは、その中の式をひとかたまりとして見るという記号なので、これらは積の形で表されていると言える。

(7) x と y が反比例の関係にあるとき、必ず $y = \frac{a}{x}$ という式で表される。 a の部分は正体不明の定数で、 a を求めることで x と y の関係式を明らかにする。

問題文に「 $x = 2$ のとき $y = -2$ である。」とあるので、 $y = \frac{a}{x}$ に $x = 2$ を入れたとき、 $y = -2$ になるはずである。

$$-2 = \frac{a}{2}$$

両辺に 2 をかける

$$-2 \times 2 = a$$

計算して左右を入れ替える

$$a = -4$$

よって、 x と y の関係式は $y = \frac{-4}{x}$ であると判明した。

この関係式に $x = 4$ を代入すると、

$$\begin{aligned} y &= \frac{-4}{4} \\ &= -1 \end{aligned}$$

比例・反比例

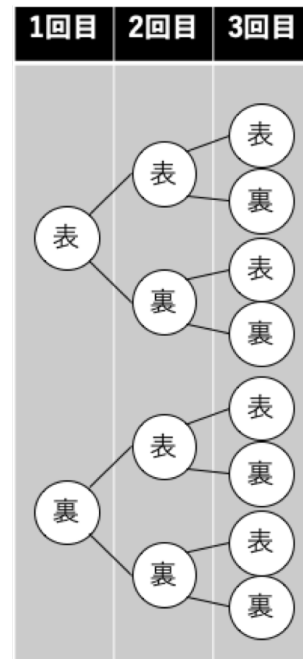
x と y が比例するときの関係式は $y = ax$ 。

x と y が反比例するときの関係式は $y = \frac{a}{x}$ 。

似ていて間違える人も多いが、 x が 2 倍、3 倍と増えたときに y も同様に増えるのが比例。 x が増えたとき y が減るのが反比例。実際に x に 1 と 2 あたりを代入して、 y がどうなるかを確認すれば間違えることはない。

- (8) コインを 3 回投げるとき、裏表の組み合わせは全部で $2 \times 2 \times 2 = 8$ 通りがある。そのうち、全部表になるのは表-表-表の 1 通りだけ。逆に言えば、それ以外の 7 通りは少なくとも 1 回以上裏が出ているので、その確率は 8 通り中 7 通りで $\frac{7}{8}$ 。

(別解) この図のように、樹形図を描く方法もある。樹形図は、「まず 1 回目に表か裏が出る。1 回目表がでたあとは 2 回目に表か裏が出る…」と続けていく図の描き方である。計算で求める方法が分からなくてもこの図を描いて数えてしまえば、3 回コインを投げるくらいの問題であれば全てそれほど苦労せず解くことができる。



(9) まず、おうぎ形の弧の長さを求める。

このおうぎ形は半径 12cm の円の一部分である。完全な円の場合、中心の角度は一周回って 360° であるが、このおうぎ形の中心の角度は 60° しかない。つまり、半径 12cm の円の $\frac{60}{360} = \frac{1}{6}$ である。となると、おうぎ形の弧の長さは円周の $\frac{1}{6}$ 倍のはずなので、 $2\pi r \times \frac{1}{6} = 2 \times 12 \times \frac{1}{6} \times \pi = 4\pi$ 。ここで、展開図を組み立てると図のようになる。この図では、展開図のおうぎ形の弧の部分と、底面の円周がピッタリくっついている。ということは底面の円周はおうぎ形の弧の長さと同じ 4π cm。



求めたい半径を x とおくと、底面の周りの長さ $= 4\pi = 2\pi x$ 。これを解くと、 $x = 2$ 。