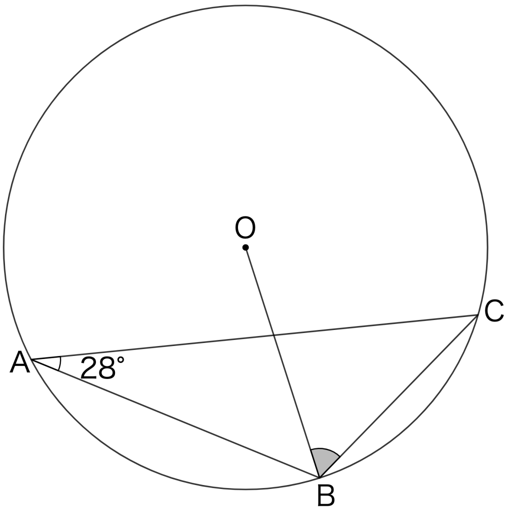
問 1

図のように円 O の周上に点 A、B、C がある。$\angle CAB = 28^\circ$ のとき、$\angle OBC$ の大きさを求めなさい。



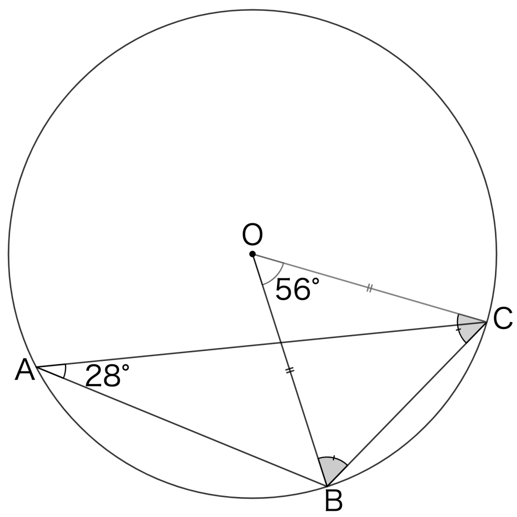
解答欄

解答

$62°$

解説

どうみても円周角の定理を使いたくなるような図形である。しかし $\angle CAB$ は円周角であるが、問題の図そのままでは中心角や同じ弧に対する円周角が一つもなく円周角の定理が使えない。そこで、自分で補助線を引いて考える必要がある。
今回の問題では、自分で線分 OC を引く。すると $\angle COB$ は $\angle CAB$ と同じ $\overset{\frown}{CB}$ に対する中心角なので、円周角の定理より $\angle COB = 2\angle CAB = 56°$。

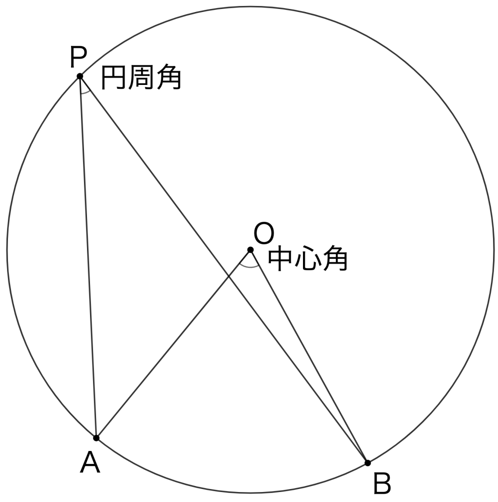


$\triangle COB$ で、CO と OB はどちらも円の半径であり、長さは等しい。よって、$\triangle COB$ は二等辺三角形である。二等辺三角形の底角は等しいので、求める $\angle OBC = x$ とおくと $\angle OCB$ もまた x。
三角形の内角の和は $180°$ なので、

$$\angle COB + \angle OBC + \angle OCB = 180$$
$$56 + x + x = 180$$
$$2x = 124$$
$$x = 62$$

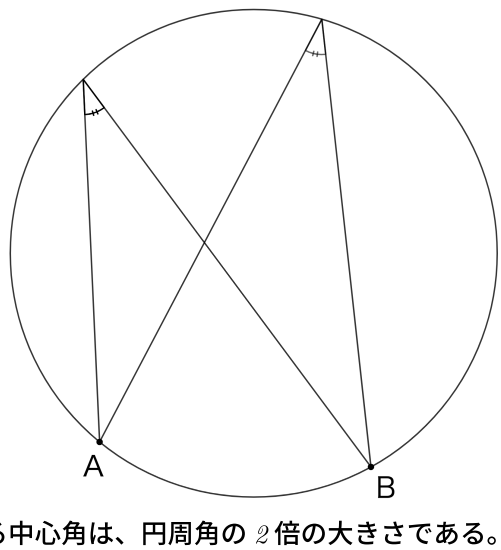
円周角の定理

円周の一部分を弧という。下の図で、円周のうち点 A と B の間の部分は弧 AB といい、$\overset{\frown}{AB}$ と表す。弧 AB 以外の部分に点 P をとるとき、$\angle APB$ を $\overset{\frown}{AB}$ **に対する円周角**という。
また、円の中心を O とするとき、$\angle AOB$ を $\overset{\frown}{AB}$ **に対する中心角**という。



円周角には、次のような性質があり、円周角の定理という。

・**同じ弧に対する円周角は常に等しくなる**。下の図において、二つの角は同じ $\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角なので等しい。



・**1 つの弧に対する中心角は、円周角の 2 倍の大きさである。**