

問 1

昨年度のある学校の生徒数は全体で 310 人であった。今年度は女子の人数が 2%減少したが男子の人数が 5%増加したので全体の生徒数は 5 人増えた。今年の男子の人数を、連立方程式をつくって求めなさい。

解答欄

答：今年度の男子生徒の人数は 人

解答例

昨年度の男子生徒の人数を x 人、昨年度の女子生徒の人数を y 人とする、

$$\begin{cases} x + y = 310 \\ \frac{105}{100}x + \frac{98}{100}y = 315 \end{cases}$$

これを解いて、 $x = 160$ 、 $y = 150$

よって、今年度の男子生徒の人数は

$$160 \times \frac{105}{100} = 168$$

答：今年度の男子生徒の人数は 168 人

配点例

何を x 、 y とおくかが書かれている	1 点
正しい方程式をたてられている	2 点
方程式を正しく解けている	1 点
今年の男子の人数を正しく求められている	2 点

解説

方程式を自分で作る問題で始めにすることといえば何を x や y とおくかを考えることである。
 求めたいものを直接 x とおく場合も多いが、今回のように何かの個数や人数などが変化する問題の場合、求めたいものにかかわらず変化する元を x や y とおく方が計算しやすい。
 今回は昨年度の人数を基準に増えたり減ったりしているので、昨年度の人数を x 、 y とおく。
 変数が二つあるので、二つの方程式を作る必要がある。

一つ目:

昨年度の男子の人数 (x) と女子の人数 (y) を合わせると、全体の生徒数 (=310 人) であるので、
 $x + y = 310$

二つ目:

昨年度と比較して今年度は男子が 5% 増えている。

x 人の 5% は、 $(x \times \frac{5}{100})$ 人であり、昨年度の x 人から $(x \times \frac{5}{100})$ 人増えているわけなので $(x + x \times \frac{5}{100})$ 人。

女子は 2% 減っている。

y 人の 2% は $(y \times \frac{2}{100})$ 人であり、 y 人から $(y \times \frac{2}{100})$ 人減っているので $(y - y \times \frac{2}{100})$ 。

これで今年度の男子と女子のそれぞれの人数を x 、 y を使って表すことができた。

今年度の全体の人数は 310 人から 5 人増えているので 315。よって

$$\begin{aligned} (x + x \times \frac{5}{100}) + (y - y \times \frac{2}{100}) &= 315 \\ x(1 + \frac{5}{100}) + y(1 - \frac{2}{100}) &= 315 \\ \frac{105}{100}x + \frac{98}{100}y &= 315 \end{aligned}$$

x と y はこの二つの式を同時に満たす組み合わせでないといけない。

その組み合わせを見つけるため、二つの式を連立方程式で解く。また、説明のために式に番号をつける。

$$\begin{cases} x + y = 310 & \dots\dots\dots ① \\ \frac{105}{100}x + \frac{98}{100}y = 315 & \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

②より

$$\begin{aligned}\frac{105}{100}x + \frac{98}{100}y &= 315 \\ 105x + 98y &= 31500\end{aligned}$$

両辺を 100 倍する

..... ②'

①より

$$\begin{aligned}x + y &= 310 \\ 98x + 98y &= 30380\end{aligned}$$

両辺を 98 倍する

..... ①'

②' - ①' を計算する。

$$\begin{array}{rcl}105x + 98y & = & 31500 \\ -) \quad 98x + 98y & = & 30380 \\ \hline 7x + 0y & = & 1120\end{array}$$

変数が x のみの方程式になったので、これを解く

$$\begin{aligned}7x &= 1120 \\ x &= 160\end{aligned}$$

両辺を 7 で割る

よって昨年度の男子の人数は 160 人。

今年度は 5% 増えて、

$$\begin{aligned}160 + 160 \times \frac{5}{100} \\ = 160 + 8 \\ = 168\end{aligned}$$

ちなみに $x + y = 310$ より、 x が 160 であるなら y は 150。

—— 連立方程式 ——

方程式の本質は、まだ数がわかっていないものを取りあえず x などの文字において先に式を作ってしまう、 x が何だったらその式が成立するかを考えること。

しかし文字が複数個含まれる方程式は、一つの式では x などの文字の値を完全に決めることができない。一般に、文字の数と同じだけ式を用意してあげないといけない。

今回の問題は文字が x と y の二種類なので式も二つ必要。

問題文から式を作れたらそれらの式をうまく足したり引いたりして文字を打ち消し、一つしか文字を含まない方程式を作ることによって解けるようになる。