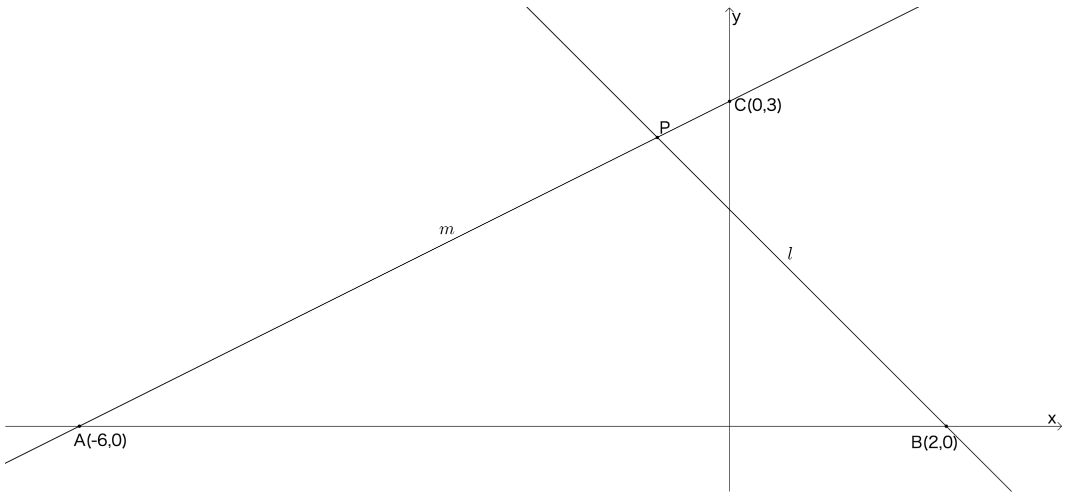
問 1

図で、直線 l は傾きが -1 で、x 軸と点 B で交わる。直線 m は x 軸と点 B で、y 軸と点 C で交わる。
直線 l と直線 m の交点を P とするとき、次の問いに答えなさい。



(1) 直線 l と m の式を求めなさい。
(2) 三角形 PAB の面積を求めなさい。

解答欄

(1)	l		m		(2)	

解答

(1) l: $y = -x + 2$

m: $y = \frac{1}{2}x + 3$

(2) $\frac{32}{3}$

解説

(1) l

傾きが-1 なので、一次関数の式 $y = ax + b$ の a に-1 を代入して、$y = -x + b$。

B(2,0) を通るので $y = 0$、$x = 2$ を代入して、$0 = -2 + b$。

b について解いて、$b = 2$。$a = -1$、$b = 2$ を一次関数の式 $y = ax + b$ に代入して $y = -x + 2$

m

直線 m は点 A(-6,0)、点 C(0,3) を通るので、一次関数の式 $y = ax + b$ にそれぞれ代入して連立方程式を立てる。

$$\begin{cases} 0 = -6a + b & \text{...①} \\ 3 = 0a + b & \text{...②} \end{cases}$$

これを解く。

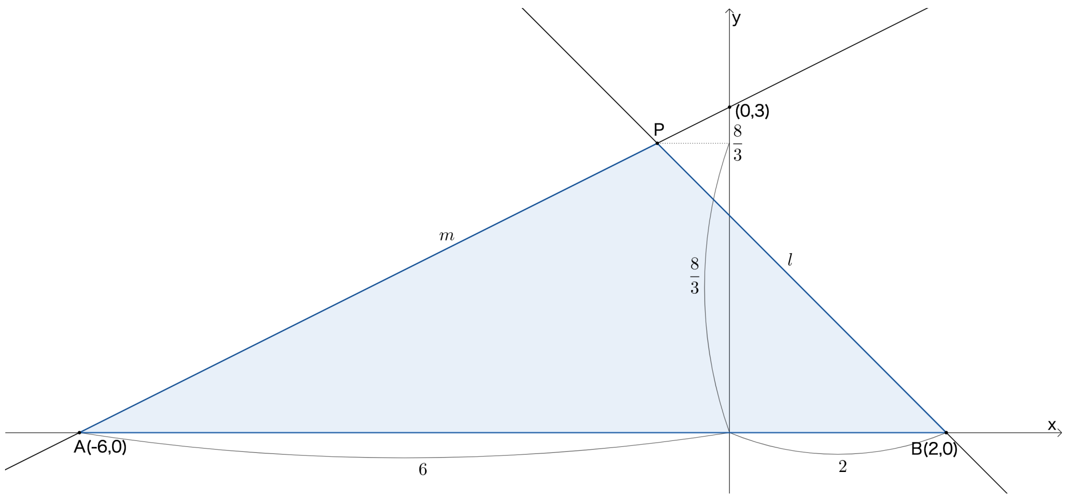
②より $b = 3$。

①に代入して解くと $a = \dfrac{1}{2}$。

よって $y = \dfrac{1}{2}x + 3$

(2) 三角形の面積を求めるためには底辺の長さと高さを知る必要がある。

$\triangle PAB$ の底辺の長さは $6 + 2 = 8$。



高さは点 P の y 座標なので、点 P の座標を連立方程式で求める。

$$\begin{cases} y = -x + 2 & \text{...①} \\ y = \dfrac{1}{2}x + 3 & \text{...②} \end{cases}$$

①を②に代入して、

$$\begin{aligned}
-x+2 &= \frac{1}{2}x+3 \\
-x-\frac{1}{2}x &= 3-2 \\
-\frac{3}{2}x &= 1 \\
x &= -\frac{2}{3}
\end{aligned}$$

①に代入して、

$$\begin{aligned}
y &= -(-\frac{2}{3})+2 \\
&= \frac{2}{3}+2 \\
&= \frac{8}{3}
\end{aligned}$$

$y=\frac{8}{3}$ より、$\triangle PAB$ の高さは $\frac{8}{3}$。
面積は
(底辺) $\times$ (高さ) $\times \frac{1}{2} = 8 \times \frac{8}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{32}{3}$