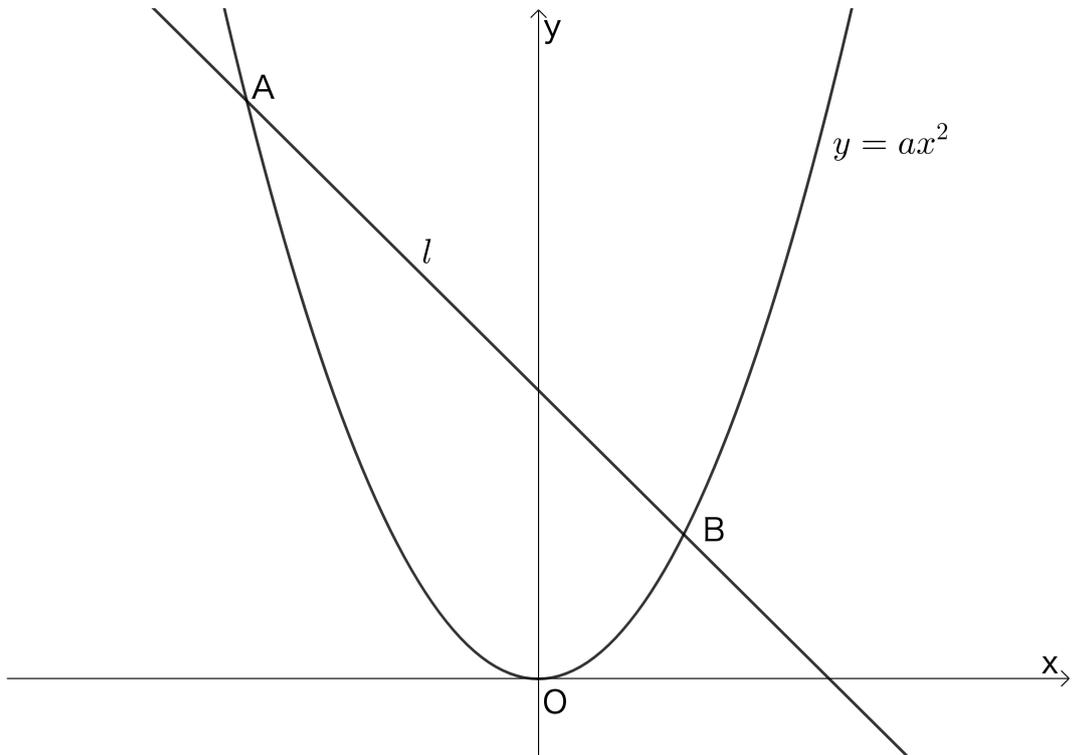


問 1

図で、点 A、B は二次関数  $y = ax^2$  のグラフと直線  $l$  の交点である。  
 点 A の座標が  $(-4, 8)$ 、点 B の  $x$  座標が 2 のとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 直線  $l$  の式を求めなさい。  
 (2)  $y = ax^2$  のグラフ上の  $x > 0$  の範囲に、点 P をとる。  
 $\triangle AOB = \triangle POB$  のとき、点 P の座標を求めなさい。



解答欄

(1)		(2)	
-----	--	-----	--

## 解答

(1)  $y = -x + 4$

(2) (6, 18)

## 解説

(1)  $y = ax^2$  のグラフは点 A(-4, 8) を通るので、 $x = -4$  と  $y = 8$  を代入して、

$$\begin{aligned} 8 &= a \times (-4)^2 \\ &= 16a \\ \therefore a &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

よって、二次関数の式は  $y = \frac{1}{2}x^2$ 。さらに点 B の x 座標は 2 だから  $y = \frac{1}{2}x^2$  に  $x = 2$  を代入して

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times 2^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \\ &= 2 \end{aligned}$$

よって点 B の座標は (2, 2)

直線の式は  $y = ax + b$  の形で表され、直線を通る 2 つの点の座標が分かれば求められる。※多くの場合傾きに a を用いるが  $y = ax^2$  の a と紛らわしいため  $\alpha$  を使用

直線 l は点 A(-4, 8) と B(2, 2) を通っている。x が -4 から 2 まで 6 増加しているのに対し、y は 8 から 2 まで -6 増加しているなのでこの直線の傾きは、

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{y \text{ の増加量}}{x \text{ の増加量}} \\ &= \frac{-6}{6} \\ &= -1 \end{aligned}$$

傾きが -1 なのでこの直線の式は  $y = -x + b$ 。

また (2, 2) を通るのでこれを代入して

$$\begin{aligned} 2 &= -2 + b \\ 2 + 2 &= b \\ 4 &= b \end{aligned}$$

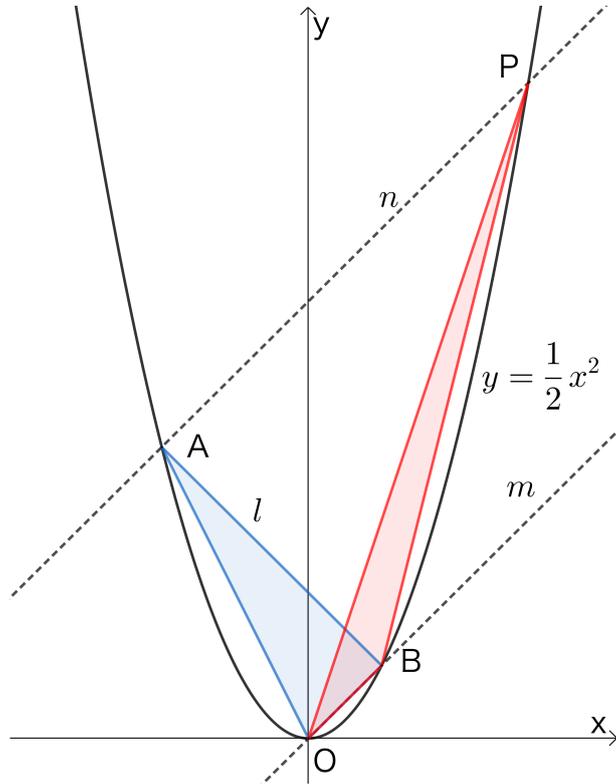
よって直線 l の式は  $y = -x + 4$ 。

数学演習問題

(2) 頂点の平行移動による三角形の等積変形を使う。

2つの三角形の間で共通な辺  $OB$  を底辺とする。

すると点  $A$  が頂点であり、 $A$  を底辺  $OB$  と平行に移動した三角形は面積が変わらない。



したがって、点  $A$  を通り底辺  $OB$  に平行な直線と、二次関数  $y = \frac{1}{2}x^2$  との交点が求める点  $P$  となる。

辺  $OB$  を延長した直線を  $m$ 、点  $A$  を通り  $m$  と平行な直線を  $n$  とする。

まず、 $m$  は原点  $O(0,0)$ 、点  $B(2,2)$  を通るので、その式は  $y = x$ 。

直線  $n$  は  $m$  と平行なので傾きが等しく式は  $y = x + b$ 。さらに点  $A(-4,8)$  を通るので式は  $y = x + 12$ 。

$y = x + 12$  と二次関数  $y = \frac{1}{2}x^2$  との交点を連立方程式で求める。

$$\begin{cases} y = x + 12 \dots \textcircled{1} \\ y = \frac{1}{2}x^2 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

## 数学演習問題

---

①を②に代入して解く。

$$\frac{1}{2}x^2 = x + 12$$

$$\frac{1}{2}x^2 - x - 12 = 0$$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x - 6)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = -4, 6$$

問題で、 $x > 0$ の条件が与えられているので  $x = -4$  は不適。

よって交点の  $x$  座標は 6。

この交点は  $y = x + 12$  上にあるので  $x = 6$  を代入して  $y = 6 + 12 = 18$ 。

よって交点の座標は  $(6, 18)$  でありこれが求める点 P である。