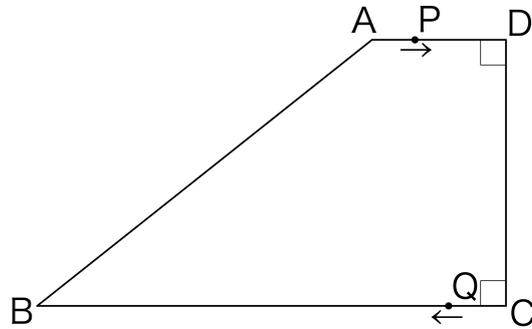


問 1

図のように、 $AD = 4\text{cm}$ 、 $DC = 8\text{cm}$ 、 $BC = 14\text{cm}$ 、 $\angle C = D = 90^\circ$ の台形 ABCD がある。
 点 P は頂点 A を出発し、毎秒 1cm の速さで頂点 D を通って頂点 C まで動き、頂点 C に到着するとすぐに折り返し頂点 D まで動く。
 点 Q は頂点 C を出発し、毎秒 1cm の速さで頂点 B まで動き、頂点 B に到着するとそのまま停止する。
 点 P と Q が同時に出発してから x 秒後の、点 A、B、Q、P からなる図形の面積を $y\text{cm}^2$ とするとき、次の問いに答えなさい。



- (1) $x = 3$ のときの y の値を求めなさい。
- (2) $x = 6$ のときの y の値を求めなさい。
- (3) $x = 14$ のときの y の値を求めなさい。
- (4) $(12 \leq x \leq 14)$ の範囲で y を x の式で表しなさい。

解答欄

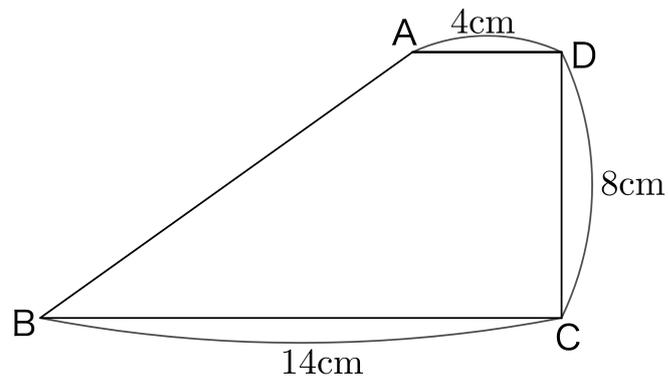
(1)		(2)		(3)		(4)	
-----	--	-----	--	-----	--	-----	--

解答

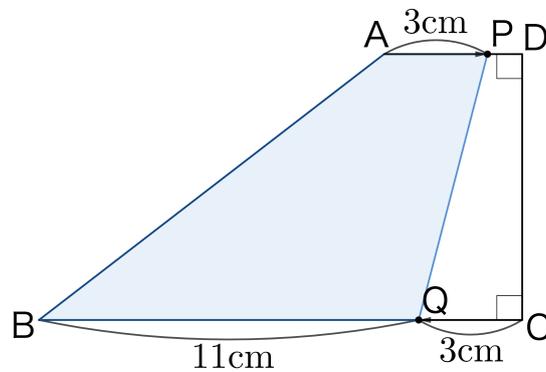
- (1) 56cm^2
- (2) 50cm^2
- (3) 46cm^2
- (4) $-\frac{1}{2}x^2 + 8x + 34(\text{cm}^2)$

解説

全体の台形の各辺の長さを整理すると図のようになり、その面積が 72cm^2 であることに留意。



- (1) スタートして0秒後(スタート直後)から3秒後、四角形 ABQP は図のような台形である。
 3秒たったとき、A をスタートした点 P は 3cm 動いているので、AP の長さは 3cm。



数学演習問題

同様に、CQの長さが3cm、BCの長さが14cmなので、BQの長さは $14 - 3 = 11(\text{cm})$ 。

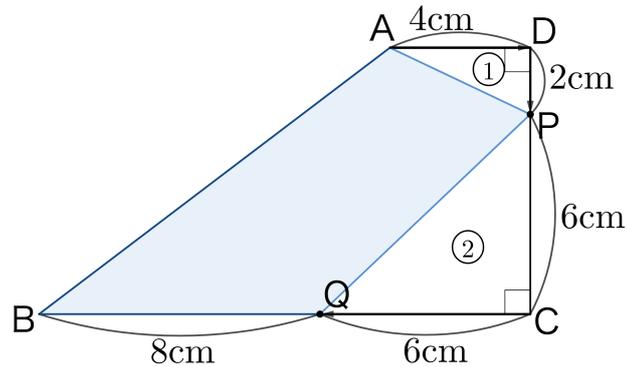
よって、四角形ABQPは下底11cm上底3cm高さ8cmの台形になるので、 $(11+3) \times 8 \times \frac{1}{2} = 56\text{cm}^2$ 。

(2) スタートしてから6秒後、点PとQはそれぞれ6cm動いている。

ADは4cmなので、点Pは頂点Dを通り過ぎた後さらに2cm動いている。

よって、 $DP = 2\text{cm}$ 。

①の三角形は、底辺 $AD = 4\text{cm}$ 、高さ $DP = 2\text{cm}$ なので、面積は $4 \times 2 \times \frac{1}{2} = 4\text{cm}^2$ 。



CQの長さは6cm、CPの長さは $8 - 2 = 6\text{cm}$ なので、②の三角形は底辺6cm、高さ6cmなので、面積は $6 \times 6 \times \frac{1}{2} = 18\text{cm}^2$ 。

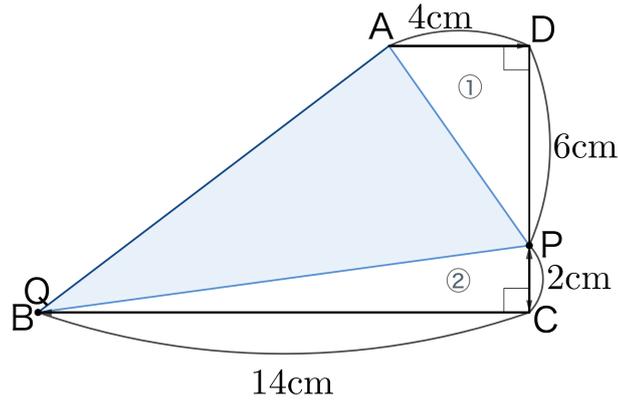
四角形ABQPは全体の台形から2つの三角形を除いた形なので面積は、 $72 - 4 - 18 = 50\text{cm}^2$ 。

数学演習問題

(3) 14 秒後、点 P は 14cm 進んでいる。

AD、DC はそれぞれ長さ 4cm、8cm で $A \rightarrow D \rightarrow C$ までたどり着いた時点で合わせて 12cm 進んでいる。C で折り返して残り 2cm 進んだので、図のように $CP = 2\text{cm}$ 。

$DC = 8\text{cm}$ 、 $CP = 2\text{cm}$ より、 $DP = 6\text{cm}$ 。



また、点 Q は 14cm 進んで頂点 B にたどり着いている。よって $CQ = 14\text{cm}$ 。

以上のことから、①の面積は $4 \times 6 \times \frac{1}{2} = 12\text{cm}^2$ 。

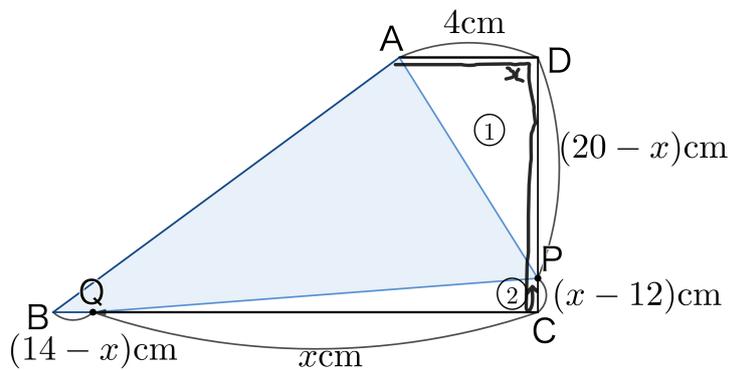
②の面積は $14 \times 2 \times \frac{1}{2} = 14\text{cm}^2$ 。

四角形 ABQP は全体の台形から 2つの三角形を除いた形なので面積は、 $72 - 14 - 12 = 46\text{cm}^2$ 。

(4) ($12 \leq x \leq 14$) の範囲では、点 P は D を通って C までたどりつき、折り返して D に向かっている途中である。一方の点 Q は C から B に向かっている途中である。

よって、このときのそれぞれの位置を図で表すと下のようになる。

ここで、点 P は頂点 C から D に向かっている途中だが、頂点 C までですでに 12cm 動いてい



数学演習問題

る。 x はこの 12cm を含んだ長さなので、 C で折り返した後の CP の長さを知るには x から 12 を引かなければならないので $CP = x - 12(\text{cm})$ 。 また、 DP の長さは DC から CP を引いた長さなので $8 - (x - 12) = 8 - x + 12 = 20 - x(\text{cm})$ 。

以上より、 ①の三角形の面積は $4 \times (20 - x) \times \frac{1}{2} = 40 - 2x(\text{cm}^2)$ 。

また、 ②の三角形の面積は $x \times (x - 12) \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x^2 - 6x$ 。

四角形 $ABQP$ は全体の台形から 2つの三角形を除いた形なので面積は、 $74 - (40 - 2x) - (\frac{1}{2}x^2 - 6x) = 74 - 40 + 2x - \frac{1}{2}x^2 + 6x = -\frac{1}{2}x^2 + 8x + 34(\text{cm}^2)$ 。